

第1章 プロローグ

§ 1-1 エーテルと光行差¹⁾

アインシュタイン (A. Einstein) によって相対性理論が提出される以前、光が波動であることは疑いようのないものと思われていた。光は波動の特徴である干渉や回折という現象を起こすからである。また、弦を伝わる波や音波などの類推から、光もまた、何らかの静止している媒質 (これをエーテルと呼ぶ。現在、化学で使われているものとは異なり、仮想的な物質) 中を伝わるものであると考えられていた。その一方で、光の速度は非常に速く、1675年のレーマー (O. Roemer) による推定では、 $2 \times 10^8 \text{ m/s}$ 以上であるとのことであった。それではなぜ波動である光が、このような高速で伝わることができるのか。光は大変疑問に満ち、人々の好奇心をかきたてるものであった。

1726年、ブラッドレー (J. Bradley) は、地球から見た恒星の位置の1年間の変化を測定した。彼は、地球が太陽のまわりを公転すると恒星の見える位置 (角度) が変化し、これが、地球の太陽に対する位置ではなく、地球の太陽に対する速度の方向によることを見出した。

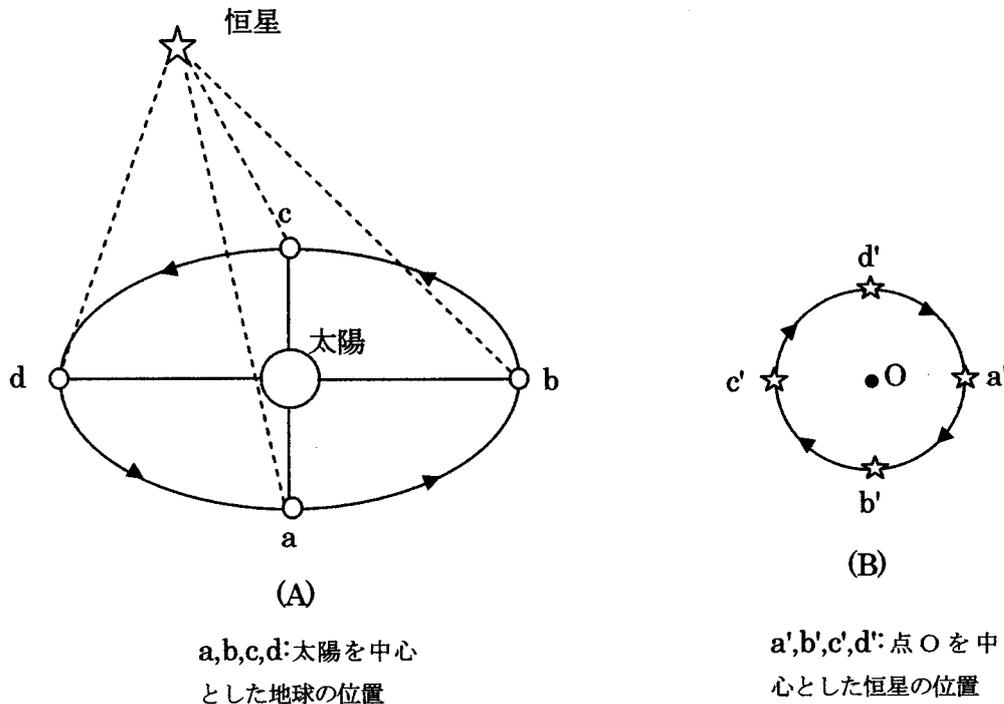


図 1-1

図 1-1 (A) のように、地球が太陽のまわりを、 $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$ と円軌道を描いて公転している。太陽から見て軌道面に垂直上方の恒星を、地球 (地球の北極) で観測する場合を考えよう。このとき、地球から見た恒星の位置を図 1-1 (B) は示している。図 1-1 (B) の点 O は、地球から見て軌道面に垂直上方の点を表している。位置 a にいる地球から観測

¹⁾ 光行差は当初 (18 世紀)、光は粒子である (粒子の速度は太陽に対するもの) という光の粒子説によって説明された。ただし、光の粒子説は光の干渉や回折の実験により否定される。本節のような光の波動説による説明は、19 世紀のものである。

すると、恒星は垂直上方から太陽側(点c側)に傾いた位置 b' に見える(図1-1(B)は軌道面に垂直上方を眺めたときの恒星の位置だから、紙面上では、上下の位置が逆転している)。同様に、位置 b, c, dにいる地球から眺めると、恒星の位置は、それぞれ c', d', a'に見える。

しかし、実際の観測結果は、地球の位置が a→b→c→dと変化すると、恒星の見える位置が a'→b'→c'→d'と変化した。この観測結果は、地球から見える恒星の位置が恒星の太陽に対する方角には関係なく、地球の太陽に対する速度の方向に関係すること、したがって以下で考察する光行差によるものであることを示している。

光行差

光行差は、動いている電車から見る雨の降り方に似ている。止まっている電車から見ると、風がないとき、雨は鉛直下向きに降っている(図1-2(A))が、電車が右向きに動いていると、雨は進行方向から降ってくるように見える(図1-2(B))。

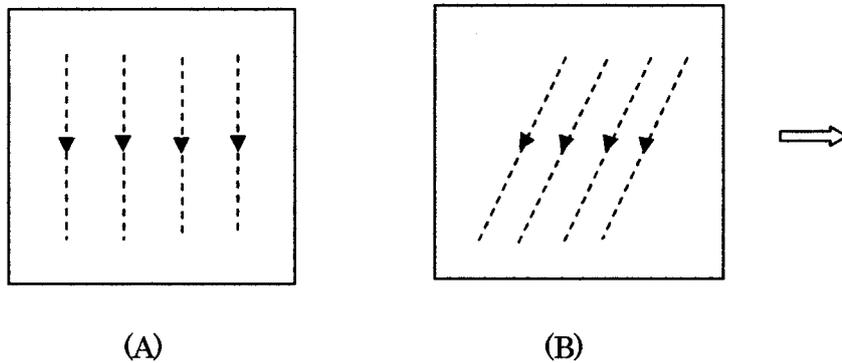


図1-2

光は太陽に対して静止しているエーテル中を伝わり、エーテルは地球表面においても、地球の運動によっては何ら乱されない(地表面付近をエーテル風が吹いている)ものとする。

図1-3のように、観測者Oが、仰角 θ の方向の恒星Fからくる速さ c の光を観測する。Oがエーテルに対して右方向へ速さ v で動くと、OはFが発した光をF'が発した光として観測する。 $\frac{v}{c}$ が1に比べて十分に小さい

$\left(\frac{v}{c} \ll 1\right)$ とき、 $\angle FOF' = \alpha$ とおくと $\alpha \ll \theta$ であるから、

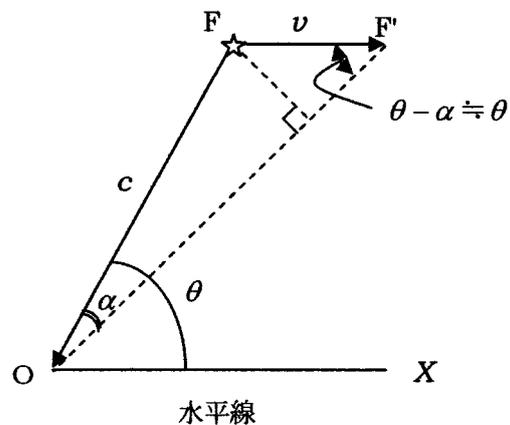


図1-3

$$\angle OF'F = \angle F'OX = \theta - \alpha \approx \theta$$

と近似できる。このとき、 $c \sin \alpha \approx v \sin \theta$ と書ける。したがって、角度をラジアンで表すことにすると、 $\alpha \ll 1$ より、

$$\alpha \approx \sin \alpha \approx \frac{v}{c} \sin \theta \quad (1-1)$$

が成り立つ。

観測結果の説明

上のブラッドレーの観測結果は次のように説明される。太陽のまわりを公転している地球が図1-1 (A) の点 a にあるとき、地球は点 a から点 b に向かう接線方向の速度をもっている。このとき、動いている電車から見る雨の降る角度の場合と同様に、地球から眺めたとき、軌道面に垂直上方の恒星の位置は、地球の進行方向へずれ、図1-1 (B) の a' に見える。次に、地球が点 b にあるとき、地球は点 b から点 c に向かう接線方向の速度をもっているため、恒星の見える位置は地球の進行方向へずれ、b' になる。同様に、地球の位置が c → d と変化すると、恒星の見える位置は、地球の進行方向へずれて c' → d' となる。

地球の公転の速さは、 $v \approx 3 \times 10^4$ m/s であり、自転による赤道付近の速さは、 5×10^2 m/s 程度である。したがって、観測者の速さとして公転の速さをとれば十分である。

いま、天頂付近を通過する恒星の位置の1年間の変化は、図1-1 (B) のように、円軌道を描くように見える。ブラッドレーは、この円軌道の直径の視角として、 $2\alpha \approx 40''$ (秒) という結果を得た

(図1-4)。 $\theta = 90^\circ$ のとき、(1-1) 式は、 $\alpha = \frac{v}{c}$

となる。ここで、 $\alpha = 20'' \approx 9.7 \times 10^{-5}$ ラジアンを用いると、

$$c = \frac{v}{\alpha} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

が得られる。この結果は、現在知られている光速とほぼ一致する。

地球の公転速度を考慮しないときの恒星の位置の1年間の変化を年周視差といい、公転速度による恒星の位置の1年間の変化を年周光行差という。多くの恒星で、年周光行差は年周視差より1桁程度以上大きいことが、現在ではわかっている。

こうしてブラッドレーの光行差の観測結果は、光はエーテル中を伝わる波動であるとし、太陽はエーテル中に静止し、太陽のまわりを地球が公転していると考えたと説明できる。すなわち、地表面付近を常にエーテル風が吹いていると考えられた²⁾。

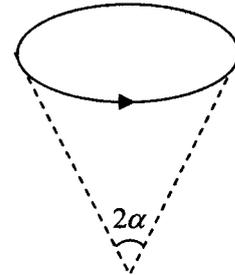


図1-4

²⁾ 地表面付近では、エーテルが大気のように地球によって引きずられ、地球と共に動いているとすると、地上の観測者は、エーテルに対して静止することになる。このような地球によるエーテルの引きずりが起きていれば、光行差は観測されないはずである。

§ 1-2 フレネルの随伴係数

光がエーテル中を伝播すると考えると、光を透す透明物体中にもエーテルが存在するはずである。そうであれば、動いている透明物体中のエーテルは物体に引きずられて動くのであろうか。

1818年、フレネル(A. J. Fresnel)は透明物体中のエーテルは、物体の速度を v 、絶対屈折率を n としたとき、平均速度

$$\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v \quad (1.2)$$

で動くことを主張した。彼は(1-2)式を次の2つの仮定の下に導いた。

仮定(I) 透明物体内には、周囲より余分のエーテルが存在し、その余分なエーテルが物体と共に動く。

(II) 絶対屈折率はエーテルの密度の平方根に比例する。

フレネルによる(1-2)式の導出

いま図1-5のように、真空中を透明物体Aが x 軸方向へ速度 v で動いている。真空中には密度 ρ のエーテルが充満し、物体Aには密度 ρ' のエーテルが充満しているとする、仮定(II)より、物体Aの絶対屈折率 n は

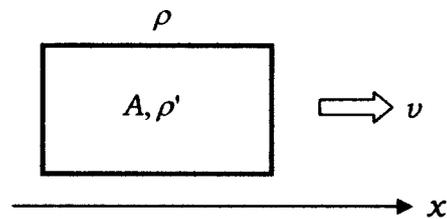


図1-5

$$n = \sqrt{\frac{\rho'}{\rho}} \quad (\rho' > \rho)$$

となる。ここで、真空の絶対屈折率1を用いた。時間 Δt の間に物体の位置が Δx だけ変位すると、仮定(I)より、単位体積当たり ρ だけのエーテルは元の位置に止まり、 $\rho' - \rho$ のエーテルが Δx 動く。したがって、エーテルの重心の変位は

$$\begin{aligned} \Delta x_G &= \frac{(\rho' - \rho)\Delta x}{\rho'} \\ &= \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\Delta x \end{aligned} \quad (1-3)$$

となる³⁾。重心の速度 $v_G = \frac{\Delta x_G}{\Delta t}$ は全エーテルの平均速度と考えられるので、物体の速度

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ を用いて、(1-3)式より物体中のエーテルの速度(1-2)式を得る。

(1-2)式において、 v の係数 $1 - \frac{1}{n^2}$ をフレネルの随伴係数という。

³⁾ 質量 m_1 と m_2 の2つの質点(質量をもつが、大きさのない理想化された物体)の座標がそれぞれ x_1 と x_2

での質点の重心の座標 x_G は $x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ で定義される。いま、 $m_1 \rightarrow \rho' - \rho$ 、 $m_2 \rightarrow \rho$ 、 $x_1 \rightarrow$

Δx 、 $x_2 \rightarrow 0$ として、重心の変位 $x_G \rightarrow \Delta x_G$ は、(1-3)式の右辺第1項のように書ける。

§ 1-3 フィゾーの実験

(1-2)式の導出に際し、フレネルによって用いられた仮定(I), (II)は、はなはだ恣意的であり、根拠のあいまいなものと思われる。しかし、1851年、フィゾー(H. L. Fizeau)により次の実験がなされるに至り、フレネルの考えが正しいかのように思われた。

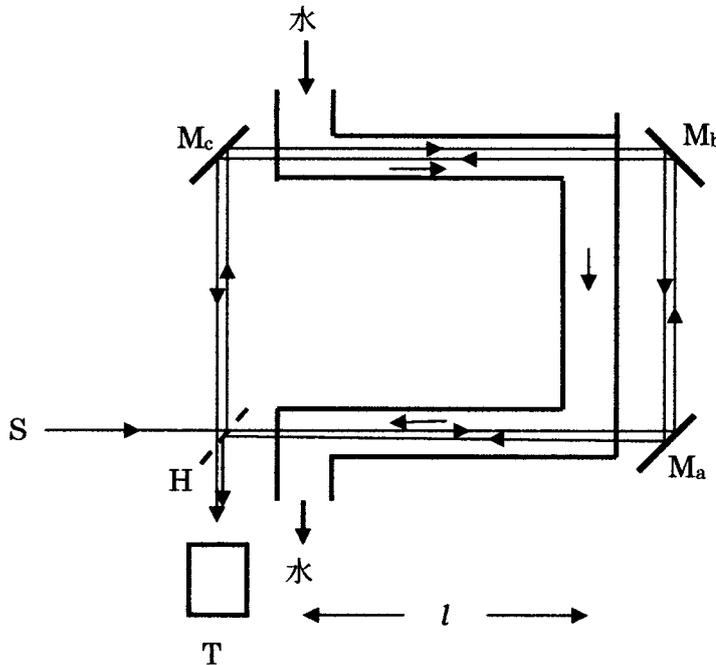


図1-6

フィゾーは、図1-6のような水路をもつ装置を考案した。Sは光源であり、 M_a , M_b , M_c は通常の鏡、Hは半透明鏡(ハーフ・ミラー)である。Sで発した光は、その一部はHで反射し、残りは、Hを透過する。反射した光は水流と同じ向きに回り、透過した光は逆向きに回る。望遠鏡Tを覗いてそれらの光の干渉を観測する。ただし、鏡 M_a , M_b 間では、光は、水路の外側の真空中を通過する。いま、水路に水を溜めたままの状態(水流の速さ $v=0$)でTを覗くと、 M_a , M_b , M_c , Hの角度が、厳密には45度から若干ずれることにより、干渉縞が見える。次に、水路に速さ v の水を矢印の向きに流すと、Tで見られる干渉縞がずれる。このずれを測定することにより、水によるエーテルの随伴係数を求めた。水の屈折率を n 、水流の速さを v 、随伴係数を b 、H, M_a 間および M_b , M_c 間の水路の長さを l とする。真空中での光速を c とすると、水中での光の速さ $\frac{c}{n}$ は、水中のエーテルに対する速さと考えられるので、静止している観測者に対する光の速さは、光が水流と同方向へ回る場合、 $c_1 = \frac{c}{n} + bv$ (bv : 水中でのエーテルの速さ)、逆方向へ回る場合、

$$c_2 = \frac{c}{n} - bv \text{ である。}$$

一般に、光速 c' の媒質中での距離 l と等価な真空中の距離(光学距離、または光路長)

は、 $l \times \frac{c}{c'}$ と表されるので⁴⁾、Sから発した光がTに入るまでの光路差（光学距離の差） Δl は、

$$\Delta l = 2l \times \frac{c}{c_2} - 2l \times \frac{c}{c_1} \doteq \frac{4bn^2lv}{c}$$

となる。ここで、水流の速さは光速に比べ十分に遅い $\left(\frac{c}{n} \gg bv\right)$ ことから、分母において

$(bv)^2$ の項を落とした。光路差が真空中での1波長に等しくなると、明暗の縞が1つずれる。いまの場合、実験に用いられる光の真空中での波長を λ とすると、縞の移動数（ずれる数） A は

$$A = \frac{\Delta l}{\lambda} = \frac{4bn^2lv}{\lambda c} \quad (1-4)$$

となる。

A を測定すれば、(1-4)式より随伴係数 b が求められる。フィゾーによる実験結果は、水の屈折率を $n=1.33$ として、

$$b \doteq 0.49$$

であった。一方、フレネルによる随伴係数は、

$$b = 1 - \frac{1}{n^2} \\ \doteq 0.43$$

⁴⁾ 光の屈折の法則を思い出しておこう。

光が絶対屈折率 n_1 の媒質Iから絶対屈折率 n_2 の媒質IIへ進むとき、媒質IとIIの境界面への入射角を θ_1 、屈折角を θ_2 とし、媒質IとIIの中での光の波長をそれぞれ λ_1, λ_2 、光速をそれぞれ c_1, c_2 とすると(右図)、ホイヘンスの原理より、

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

が成り立つ。

媒質Iを真空とすると、上式で、 $n_1 = 1$ 、 $n_2 = n$ 、 $c_1 = c$ 、 $c_2 = c'$ として、絶対屈折率 n の媒質II中の光速 c' は

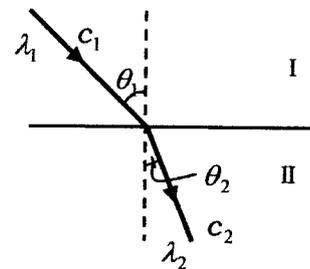
$$c' = \frac{c}{n}$$

と書けることがわかる。

光学距離は光にとっての道のりであるから、波長が長くなると光学距離は短くなる。すなわち、光学距離は波長に反比例する。媒質Iを真空とし、上と同様に置き換え、かつ、 $\lambda_1 = \lambda$ 、 $\lambda_2 = \lambda'$ とすると、媒質II中の長さ l の光学距離 l' は

$$l' = \frac{\lambda}{\lambda'} \times l = \frac{c}{c'} \times l$$

となる。



となり、実験結果はフレネルの予想に近い値となった。

さらに、1886年、マイケルソン(A. A. Michelson) とモーリー(E. W. Morley) によってより厳密な測定が行われ、 $b \approx 0.44$ という、フレネルの予想値にほとんど一致する結果が得られた。

§ 1-4 マイケルソン・モーリーの実験⁵⁾

フィゾーの実験により、光がエーテル中を伝わることはほとんど疑いようのないものと思われていた。また、光行差の観測から、エーテルは地球によって引きずられることなく、地上では、常にエーテル風が吹いていると考えられていた。1881年、マイケルソンは、光がエーテル中を伝わり、地上ではエーテル風が吹いていることの実証を得ようと、次の実験を試みた。

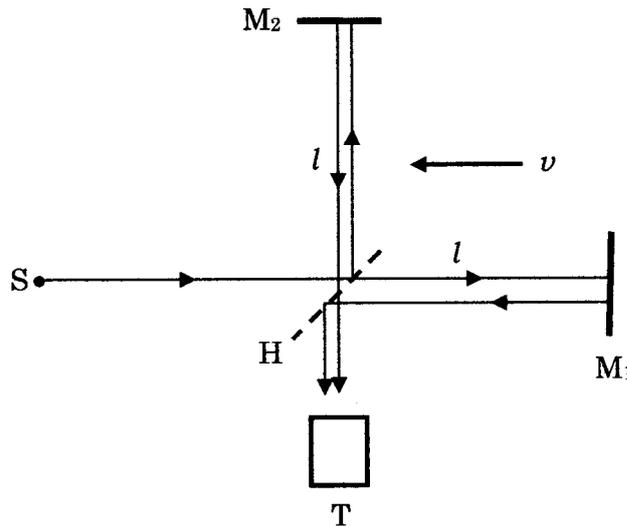


図 1-7

図 1-7 のように、光源 S を発した光を半透明鏡 H で透過光と反射光に分け、前者を鏡 M_1 で反射させた後 H で再び反射させ、後者を鏡 M_2 で反射させた後 H を透過させる。両者の干渉を望遠鏡 T で観測すると、 M_1 、 M_2 がわずかに傾いているため干渉縞が見える。

エーテル風が矢印の向きに速さ v で吹いているとき、光速 c はエーテルに対する速さであるから、光が H から M_1 まで往復するときの光学距離 l_1 は、H、 M_1 間の距離を l として、

$$l_1 = \frac{cl}{c-v} + \frac{cl}{c+v} = \frac{2l}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1-5)$$

となる。一方、エーテル風に垂直に伝わる光の速さは、図 1-8 より $\sqrt{c^2 - v^2}$ であるから、光が H から M_2 まで往復するときの光学距離 l_2 は、H、 M_2 間の距離を H、 M_1 間と同じ l として

⁵⁾ 通常、マイケルソンの実験といわれているものは、1887年にモーリーと共同でやり直した方の実験である。

$$l_2 = \frac{2cl}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

と書ける。これより、 l_1 と l_2 の光路差 Δl は、 $\frac{v}{c} \ll 1$ として、

$$\begin{aligned} \Delta l &= l_1 - l_2 \\ &\doteq 2l \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) - 2l \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) = \frac{lv^2}{c^2} \end{aligned}$$

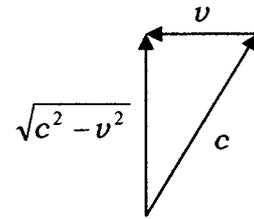


図 1-8

となる。ここで、近似公式

$$\left[|x| \ll 1 \text{ のとき, } (1+x)^\alpha = 1 + \alpha x \quad (\alpha : \text{実数}) \right]$$

を用いた。

次に、装置を 90° 回転させると、光がHから M_1 まで往復するときの光学距離は l_2 となり、Hから M_2 まで往復するときの光学距離は l_1 となる。したがって、両者の光路差 $\Delta l'$ は、

$$\Delta l' = l_2 - l_1 = -\frac{lv^2}{c^2}$$

となる。したがって、2回の観測で干渉縞の移動数Aは

$$A = \frac{\Delta l - \Delta l'}{\lambda} = \frac{2lv^2}{\lambda c^2} \quad (1-6)$$

と計算される。

マイケルソンが実験に用いた値は、 $\lambda = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ 、 $l = 1.2 \text{ m}$ であり、かつ、 v に対しては、エーテルは太陽に対して静止していると考え、§ 1-1のときと同様に、地球の公転の速さ $3 \times 10^4 \text{ m/s}$ であった。これらの数値および光速 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ を(1-6)式へ代入すると、

$$A = 0.04$$

という結果を得る。

実験での観測値は $A \doteq 0$ となり、エーテル風の影響は見出せなかった。しかし、実験がやや不正確であったため、後に、1887年、マイケルソンはモーリーと共同で実験をやり直し、 $\lambda = 5.9 \times 10^{-7} \text{ m}$ 、 $l = 11 \text{ m}$ として、Aが0.01以下という結果を得た。(1-6)式による計算結果は $A = 0.37$ である。実験結果は、地球がエーテル中を動いていると考えた計算結果の1/37以下であり、地球はエーテルに対して静止している。あるいは、地球がエーテルを引きずり、地表面付近ではエーテルは地球に対して静止していると考えざるを得なくなった。これは、当初のマイケルソンの予想に反し、恒星に対する光行差の観測と矛盾するものである。この矛盾は、物理学の根底に大きな疑問を投げかけることになった。

§ 1-5 ローレンツ収縮

エーテル風の影響が無視でき、光がHから M_1 まで往復するときの光学距離 l_1 とHから M_2 まで往復するときの光学距離 l_2 が等しくなるというマイケルソン・モーリーの実験結果を説明するため、ローレンツ(H. A. Lorentz) およびフィッツジェラルド(G. F. FitzGerald) は、1892年独立に次の収縮仮説を提案した。

「エーテルに対して運動している物体は、その運動に垂直な方向の

長さは変化しないが、運動方向の長さは $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ 倍に収縮する」

この仮説を用いると、H, M₁間の距離は $l' = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ となり、光がH, M₁間を往復す

るときの光学距離 l_1' は、(1-5)式で $l \rightarrow l'$ として、

$$l_1' = \frac{2l}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = l_2$$

となる。一方、H, M₂間の距離は l のままであるから、光が H, M₂間を往復するときの光学距離も l_2 のままである。よって、鏡 M₁, M₂ で反射する光の光路差は 0 となる。また、装置を 90° 回転しても両者の光学距離に差は起こらず、実験結果に一致する。

1904年、ローレンツはこの収縮仮説をさらに発展させ、エーテルに対して運動している座標系では、時間の進み方も変化すると考え、複雑な考察から次の変換式を与えた。 (t, x, y, z) を、エーテルに対して静止している座標系の時刻と空間座標、 (t', x', y', z') を、エーテルに対して x 軸方向へ速さ v で動いている座標系の時刻と空間座標とする。このとき、

$$t' = \gamma(v) \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \quad (1-7a)$$

$$x' = \gamma(v)(x - vt) \quad (1-7b)$$

$$y' = y \quad (1-7c)$$

$$z' = z \quad (1-7d)$$

が成り立つ。ここで、

$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (1-8)$$

である。

この変換式を用いると、 $v \ll c$ の場合、光行差の式(1-1)およびフレネルの随伴係数(1-2)を導くことができる(第2章で説明する予定)。そこで、変換(1-7a~d)をポアンカレはローレンツ変換と名付けた。

(1-7a~d)の変換式は、アインシュタインにより導かれたものと、数学的には全く同じものであるが、ローレンツは、光はエーテル中を伝わるものと考え、あくまでエーテルの存在を信じていたのである⁶⁾。

⁶⁾ 「収縮仮説」だけでは、静止エーテル中の電磁氣的、光学的現象を統一して説明することはできなかった。ローレンツはこれら電磁氣的現象を統一して説明するため、(1-7a~d)の変換と同時に、電磁場の変換(第4章で述べる予定)をも主張した。これらの全変換式を用いると、すべての電磁氣的現象が説明できた。