

理論第1問

地中浸透レーダー

地中浸透レーダー(GPR)は、地面に向かって電磁波を発信してその反射波を受信することにより、地表面近くの地中にある物体を検出しその位置を定めるのに用いられる。アンテナと検出器は地表面の同一点に直接置かれる。

z 方向へ角振動数 ω で伝わる直線偏光の平面電磁波は、次のように表される。

$$E = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \quad (1)$$

ここで、 E_0 は定数、 α は減衰係数、 β は波数である。 α 、 β は、 μ, ϵ, σ をそれぞれ透磁率、誘電率および電気伝導率(抵抗率 ρ の逆数)として、

$$\alpha = \omega \left\{ \frac{\mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right) \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad \beta = \omega \left\{ \frac{\mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} + 1 \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

で与えられる。

物体に達するレーダー信号(電磁波)の振幅が初期値の $\frac{1}{e}$ ($\approx 37\%$) 以下になると、物体は検出されない。振動数 $10 \sim 1000$ MHz の電磁波が、検出に際し適正な解像度を示すものとして用いられる。

GPR の性能はその分解能による。分解能は、検出される2つの隣接した反射体の最小限度の分離能力によって与えられる。検出器において2つの反射波の最小の位相差が π [rad] 以上になるとき、2つの反射体を分離検出できる。

真空の透磁率を $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, 真空の誘電率を $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m とする。

1. 土壌は条件 $\left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2 \ll 1$ を満たし、非磁性的($\mu = \mu_0$)とする。(1),(2)式を用いて電磁波の伝播する速さ v を μ と ϵ を用いて表せ。
2. 地中に埋められた物体を検出できる深さの最大値を求めよ。ただし、土壌の電気伝導率を $\sigma = 1.00 \times 10^{-3}$ $1/\Omega \cdot m$, 透磁率を $\mu = \mu_0$, 誘電率を $\epsilon = 9\epsilon_0$ とし、条件 $\left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^2 \ll 1$ を満たすものとする。
3. 地中に水平かつ平行に並べて埋められた2本の導体棒を考える。棒の深さは4mであり、土壌の透磁率と誘電率は、前問2と同じとする。GPRの測定は、棒の1つのほぼ真上の位置で行われる。点検出器を用いるとき、側面分解能50cmを得る(1本の棒から側面間の距離50cm離れた他の棒を分離検出する)のに必要な電磁波の振動数の最小値を求めよ。
4. 同じ地中に埋められた1本の棒の深さ d を決めるために、測定を棒に垂直な直線に沿って行うとしよう。地表面における検出器の位置 x と電磁波の伝播時間 t の関係は図1で与えられる。ただし、棒の真上の地表面の位置を $x=0$ とし、伝播時間 t は、アンテナが電磁波を発してから検出器で受け取るまでの時間とする。

伝播時間 t を検出器の位置 x の関数として表せ。また、伝播時間 t の最小値が 100 ns ($1\text{ ns} = 1 \times 10^{-9}\text{ s}$) であることを用いて、棒の深さ d を求めよ。

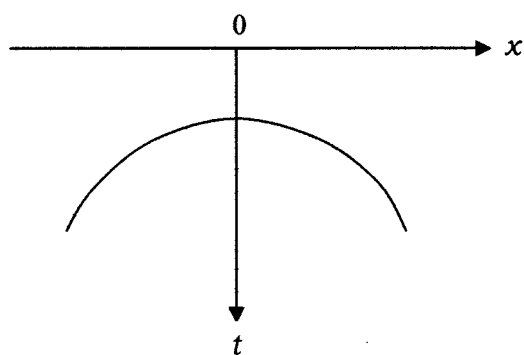


図 1

理論第1問 【解答】

地中浸透レーダー

1. 波の伝播する速さ(位相速度)は、同位相の点の速さである。よって、物質中でのレーダー信号(電磁波)の速さ v は、

$$\omega t - \beta z = \text{一定}$$

とおいて、両辺を t で微分して、

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$$

これより、

$$v = \frac{1}{\left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left\{ \left(1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\div \frac{1}{\left\{ \frac{\mu\epsilon}{2} (1+1) \right\}^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

2. 検出の限界は、信号(電磁波)の振幅が初期値の $\frac{1}{e} = e^{-1}$ になるときであるから、地中に
ある物体を検出できる深さの最大値 δ は、減衰係数 α の逆数に等しい。近似式

$$|x| \ll 1 \text{ のとき, } (1+x)^{\frac{1}{2}} \div 1 + \frac{1}{2}x$$

を用いて、

$$\delta = \frac{1}{\alpha}$$

$$= \frac{1}{\omega \left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2}} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\omega \left[\frac{\mu\epsilon}{2} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2} \right) - 1 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{\omega \left(\frac{\mu\epsilon}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{\epsilon^2 \omega^2} \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

$$= \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{9 \times 8.85 \times 10^{-12}}{4\pi \times 10^{-7}}} = \frac{1.59 \times 10^{-2}}{\sigma}$$

$$= \frac{1.59 \times 10^{-2}}{1.0 \times 10^{-3}} = \underline{\underline{15.9[\text{m}]}}$$

3. 側面分解能：

図1-aのように、地表面に置かれた検出器(アンテナ)Dと、深さ d の位置に側面間

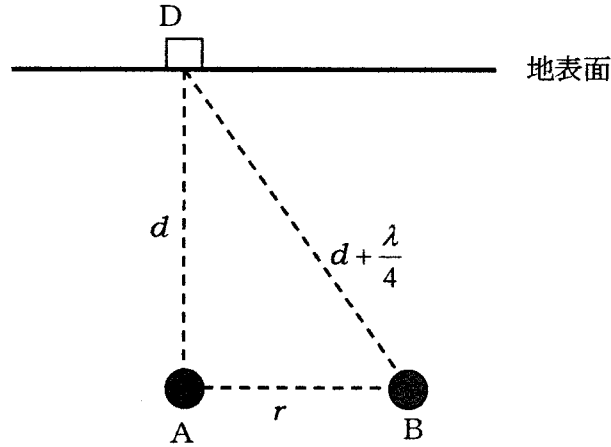


図 1 - a

の距離 r で水平に2本の棒 A,B が埋められ(A,B は紙面に垂直方向を向いている), D は左側の棒の真上にあるとする。2本の棒 A,B が分離検出可能限界のとき, A,B からの反射波の位相差が π [rad]であるから, D,B 間の距離は $d + \frac{\lambda}{4}$ である。三平方の定理より,

$$r^2 + d^2 = \left(d + \frac{\lambda}{4}\right)^2 \quad \therefore r = \sqrt{\frac{\lambda d}{2} + \frac{\lambda^2}{16}}$$

$r = 0.5 \text{ m}$, $d = 4 \text{ m}$ を代入して, $\lambda^2 + 32\lambda - 4 = 0$

よって, $\lambda > 0$ より, $\lambda \doteq 0.125 \text{ m}$

電磁波の地中伝播速度 v は, 設問 1 の結果を用いて,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot 9\epsilon_0}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi \times 10^{-7} \times 8.85 \times 10^{-12}}} \doteq 1.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

したがって, 2本の棒を分離して検出できる電磁波の最小の振動数 $f_{\min}$ は,

$$\begin{aligned} f_{\min} &= \frac{v}{\lambda} \\ &= \frac{1.00 \times 10^8}{0.125} = 8.00 \times 10^8 \text{ Hz} = \underline{\underline{800 \text{ MHz}}} \end{aligned}$$

4. 地表面にある検出器(アンテナ)D と埋められた棒 A の間の電磁波の経路は, 図 1 - b に示される。検出器 D の位置 x と往復の伝播時間 t の関係は,

$$\begin{aligned} \left(\frac{tv}{2}\right)^2 &= d^2 + x^2 \\ \therefore t &= \underline{\underline{\frac{2}{v}\sqrt{d^2 + x^2}}} \end{aligned}$$

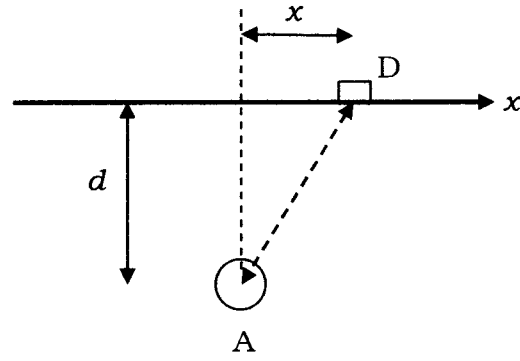


図 1 - b

伝播時間が最小になるのは、 $x=0$ のときであるから、最小伝播時間 $t_{\min}$ は、

$$t_{\min} = \frac{2d}{v} \quad \therefore \quad d = \frac{t_{\min} v}{2} = \frac{100 \times 10^{-9} \times 1.00 \times 10^8}{2} = \underline{5\text{m}}$$